

全品



教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品高考 第二轮专题

特色专项

AI智慧
教辅

小题限时+大题冲关

数学



本书为AI智慧教辅

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪题不会选哪题；随时随地想聊就聊，想问就问。



长江出版传媒

崇文书局

CONTENTS

目录

考卷 I 小题 · 标准练

小题 1	“8+3+3” 73 分练	专 01 / 答 61
小题 2	“8+3+3” 73 分练	专 03 / 答 62
小题 3	“8+3+3” 73 分练	专 05 / 答 62
小题 4	“8+3+3” 73 分练	专 07 / 答 64
小题 5	“8+3+3” 73 分练	专 09 / 答 65
小题 6	“8+3+3” 73 分练	专 11 / 答 66
小题 7	“8+3+3” 73 分练	专 13 / 答 67
小题 8	“8+3+3” 73 分练	专 15 / 答 68
小题 9	“8+3+3” 73 分练	专 17 / 答 70
小题 10	“8+3+3” 73 分练	专 19 / 答 71
小题 11	“8+3+3” 73 分练	专 21 / 答 72
小题 12	“8+3+3” 73 分练	专 23 / 答 73

考卷 II 解答 · 标准练

解答 1	“15~17 题” 43 分练	专 25 / 答 74
解答 2	“15~17 题” 43 分练	专 27 / 答 75
解答 3	“15~17 题” 43 分练	专 29 / 答 76
解答 4	“15~17 题” 43 分练	专 31 / 答 77
解答 5	“15~17 题” 43 分练	专 33 / 答 77
解答 6	“15~17 题” 43 分练	专 35 / 答 78
解答 7	“15~17 题” 43 分练	专 37 / 答 79
解答 8	“15~17 题” 43 分练	专 39 / 答 79
解答 9	“15~17 题” 43 分练	专 41 / 答 80
解答 10	“15~17 题” 43 分练	专 43 / 答 80
解答 11	“15~17 题” 43 分练	专 45 / 答 81
解答 12	“15~17 题” 43 分练	专 47 / 答 81
解答 13	“18 题、19 题” 34 分练	专 49 / 答 82
解答 14	“18 题、19 题” 34 分练	专 51 / 答 83
解答 15	“18 题、19 题” 34 分练	专 53 / 答 83
解答 16	“18 题、19 题” 34 分练	专 55 / 答 84
解答 17	“18 题、19 题” 34 分练	专 57 / 答 85
解答 18	“18 题、19 题” 34 分练	专 59 / 答 86

小题 1 “8+3+3” 73 分练

(时间:40 分钟 分值:73 分)

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \left\{x \mid \cos \frac{\pi x}{2} = 0\right\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 1\}$
C. $\{-2, 0\}$ D. $\{-2, 1\}$

2. [2025·唐山一模] 已知 $a \in \mathbf{R}$, 若 $(a-2) + (a-1)i$ (i 为虚数单位) 是纯虚数, 则 $a =$ ()

- A. -2 B. -1
C. 1 D. 2

3. [2025·常德模拟] 已知平面向量 $\mathbf{a} = (2, 1)$, $\mathbf{b} = (m, -1)$, 若 $\mathbf{a} \parallel (\mathbf{a} - \mathbf{b})$, 则实数 $m =$ ()

- A. -2 B. 3
C. 6 D. -1

4. [2025·济南模拟] 若数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 则“ $\{a_n\}$ 为等比数列”是“ $\{\ln a_n\}$ 为等差数列”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. [2025·江西六校联考] 已知 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} + \cos \alpha$, 则 $\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right) =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

6. [2025·福建部分优质高中联考] 已知圆 $C_1: (x+3)^2 + y^2 = 16$, 圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6y - 27 = 0$, 则两圆的公切线的条数为 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

7. 设 $a = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$, $b = 2^{\sin \frac{\pi}{6}}$, $c = 3^{-\frac{1}{4}}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $c < b < a$ B. $a < c < b$
C. $a < b < c$ D. $c < a < b$

8. [2025·天津南开区模拟] 如图所示的“三角垛”的最上层有 1 个球, 第二层有 3 个球, 第三层有 6 个球, 第一、二层的每一个球均分别与其下一层相邻的三个球相切. 现将该“三角垛”放置在地面上, 若每个球的半径均为 1, 则第一层的球的表面上的点到地面的最大距离为 ()



- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3} + 1$ B. $\frac{2\sqrt{6}}{3} + 2$
C. $\frac{4\sqrt{6}}{3} + 1$ D. $\frac{4\sqrt{6}}{3} + 2$

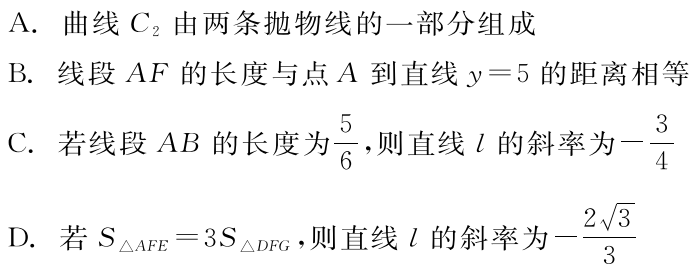
姓名

()



- 5

- 11



- 12.** 二项式 $(2x-3y)^5$ 的展开式中含 x^3y^2 的项的系数为 _____.

- 02 专 特色专项 数学

小题 2 “8+3+3” 73 分练

(时间:40 分钟 分值:73 分)

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. [2025·南京、盐城一模] 已知复数 z 满足 $\frac{1}{z+i} = i$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ ()

A. 4
B. 2
C. 1
D. $\frac{1}{2}$

2. [2025·攀枝花二模] 设集合 $A = \{3, 4, 6\}$, $B = \{4, 5, 7\}$, 则满足 $S \subseteq A$ 且 $S \cap B \neq \emptyset$ 的集合 S 的个数为 ()

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

3. [2025·烟台、东营一模] 已知 $\tan \alpha = -2$, 则 $\frac{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha)} =$ ()

A. $-\frac{2}{3}$
B. $\frac{2}{3}$
C. -2
D. 2

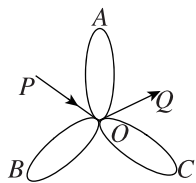
4. 已知平面向量 $a = (1, 1)$, $|b| = 2$, 且 a 在 b 上的投影向量为 $-\frac{1}{2}b$, 则 a 与 b 的夹角为 ()

A. $\frac{\pi}{4}$
B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{2\pi}{3}$
D. $\frac{3\pi}{4}$

5. [2025·安徽 A10 联盟质检] 设 l, m, n 表示不同的直线, α, β, γ 表示不同的平面, 则下列结论正确的是 ()

A. 若 $\alpha \perp \beta, \gamma \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \gamma$
B. 若 $l \parallel m, m \perp \alpha$, 则 $l \perp \alpha$
C. 若 $m \perp n, m \perp \alpha, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
D. 若 $\alpha \perp \beta, m \parallel \beta, n \perp \alpha$, 则 $m \parallel n$

6. 一个旅游景区的游览线路如图所示, 某人从 P 点处进, Q 点处出, 沿图中线路游览 A, B, C 三个景点及沿途风景, 则不重复(除交汇点 O 外)的不同游览线路有 ()



A. 6 种
B. 8 种
C. 12 种
D. 48 种

7. [2025·聊城一模] 已知函数 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^3 + ax^2 + (6-a)x + 2a$, 若 $f(x)$ 是增函数, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $[0, +\infty)$
B. $[0, 6]$
C. $[-6, 3]$
D. $[0, 3]$

班级	
姓名	
答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

8. [2025·南充三诊] 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} = 1 (a_1 > b_1 > 0)$ 和双曲线 $C_2: \frac{x^2}{a_2^2} - \frac{y^2}{b_2^2} = 1 (a_2 > 0, b_2 > 0)$ 有公共的焦点, 且 F_1 为左焦点, P 是 C_1 与 C_2 在第一象限的公共点, 线段 PF_1 的垂直平分线经过坐标原点, 若 C_1 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 则 C_2 的渐近线方程为 ()

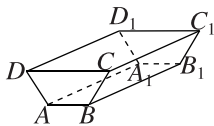
- A. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ B. $y = \pm x$
C. $y = \pm \sqrt{2}x$ D. $y = \pm \sqrt{3}x$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的是 ()
- A. 若随机变量 $X \sim B(10, 0.5)$, 则 $E(X) = 5$
B. 若随机变量 $X \sim B(10, 0.5)$, 则 $P(X=5)$ 最大
C. 从装有 2 个红球和 2 个白球的口袋内任取 2 个球, “至少有 1 个红球”与“至少有 1 个白球”是互斥事件
D. 袋中装有 2 个红球和 2 个白球, 这些球除颜色外完全相同, 从中一次性随机摸出 2 个球, 则摸出红球的个数服从超几何分布
10. [2025·江西八所重点高中联考] 已知 A, B 两点的坐标分别为 $(-1, 0), (1, 0)$, M 为坐标平面内的动点, 直线 MA, MB 的斜率分别为 k_{MA}, k_{MB} , 且满足 $k_{MA} - k_{MB} = a (a \text{ 为定值})$, 设动点 M 的轨迹为曲线 C , 则 ()
- A. 曲线 C 关于原点对称
B. 曲线 C 关于直线 $x=0$ 对称
C. 当 $a=0$ 时, 曲线 C 为一条直线
D. 当 $a>0$ 时, 曲线 C 存在最高点
11. [2025·长沙一中二模] 已知函数 $f(x) = \sin x - \ln x$, $f'(x)$ 是其导函数, 若存在 $x_1, x_2 \in (0, \pi)$ 且 $x_1 < x_2$, 满足 $f'(x_1) = f'(x_2)$, 则 ()
- A. $f(x_1) > f(x_2)$ B. $x_1 x_2 > 1$
C. $f(x_1) f(x_2) > 1$ D. $f(x_1) + f(x_2) < 2$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 若曲线 $y = 2 \tan(\omega x - \frac{\pi}{3}) (\omega > 0)$ 的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{6}, 0)$, 则 ω 的最小值为_____.
13. [2025·北京东城区二模] 《九章算术》是我国古代著名的数学著作, 其中讨论了“垣”“堑”等建筑的体积问题. 某工程要完成一个形如直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的“堑”型沟渠的土方作业 (如图), 其中 AD, BC 与平面 AA_1B_1B 所成的角均为 $\frac{\pi}{3}$, $AB \parallel DC$, $AB = 4$ 米, $DC = 8$ 米, $AA_1 = 20$ 米, 则需要挖土_____立方米.



14. [2025·枣庄模拟] 已知数列 $\{a_n\}$, $a_i (i=1, 2, \dots, n)$ 等可能取 $-1, 1, 2, -2$. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 1$, 且 $b_{n+1} = a_n \cdot b_n$, 则 $b_4 = 4$ 的概率为_____.

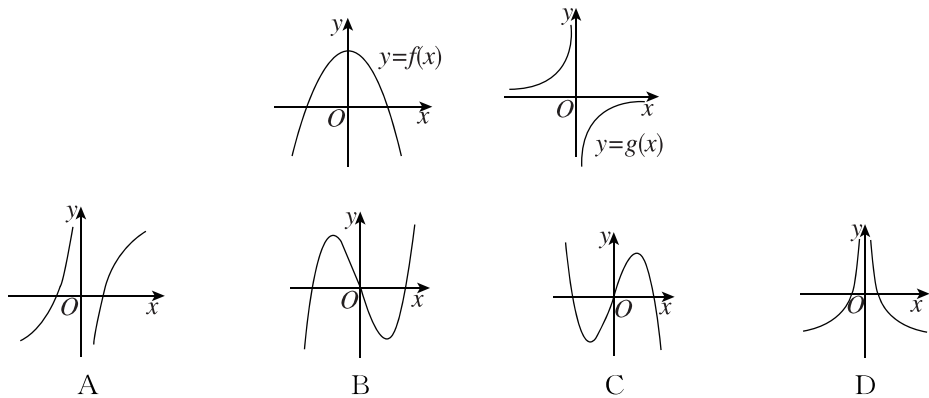
小题3 “8+3+3” 73 分练

(时间:40 分钟 分值:73 分)

订正反思

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- [2025·湖北七市州调研] 已知全集 $U=\{x \in \mathbf{N} | x \leq 2\}$, 集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{x \in \mathbf{N} | x^2 - x \leq 0\}$, 则 $\complement_U(A \cap B) =$ ()
 A. $\{1,2,3\}$ B. $\{0,1\}$
 C. $\{0,2\}$ D. $\{0,3\}$
- [2025·沈阳三模] 已知 i 为虚数单位, 若 $z=i^5+i^4-i^3$, 则 $\overline{z} =$ ()
 A. $1+2i$ B. $1-2i$
 C. $2+i$ D. $2-i$
- [2025·邯郸一模] 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 $F(2,0)$, 过点 F 的直线 l 与抛物线 C 的一个交点为 $A(m,8)$, 则直线 l 的方程为 ()
 A. $4x+3y-8=0$ B. $4x-3y-8=0$
 C. $3x+4y-6=0$ D. $3x-4y-6=0$
- [2025·昆明质检] 已知函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图象如图所示, 则函数 $y=f(x)g(x)$ 的图象可能是 ()



- 小明为了研究温差 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 与本单位当天新增感冒人数 y (单位: 人) 的关系, 记录了 5 天的数据, 如下表.

x	3	4	5	6	7
y	16	20	25	28	36

由表中数据求得温差 x 与本单位当天新增感冒人数 y 的经验回归方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + 1$, 则下列结论不正确的是 ()

- y 与 x 正相关
- 经验回归直线经过点 $(5, 25)$
- 当 $x=6$ 时, 残差为 1.8
- $\hat{b}=4.8$

班级	
姓名	
答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

6. [2025·安徽皖北协作区一模] 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4, AA_1=5, E, F, G$ 分别为棱 BB_1, CC_1, DD_1 上一点, 则 $AE+EF+FG+GA_1$ 的最小值为 ()

- A. $\sqrt{281}$ B. $\sqrt{283}$
C. $\sqrt{285}$ D. 14

7. [2025·厦门二模] 已知 $\alpha \in (0, \pi)$, 若 $\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{1}{2}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ()

- A. $-\frac{3}{8}$ B. $-\frac{3}{4}$
C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{55}}{8}$

8. [2025·浙江 Z20 名校联盟二联] 定义在 $(0, +\infty)$ 上的增函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + f(y) = f(xy) - 1$, 且 $f(2) = 0, f(a_n) = n - 1$. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则使得 $S_n < 2025$ 成立的 n 的最大值是 ()

- A. 8 B. 9
C. 10 D. 11

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. [2025·武汉模拟] 使关于 a, b 的不等式 $ab + 1 > a + b$ 成立的充分不必要条件可以是 ()

- A. $a > 1$ 且 $b > 1$ B. $a < 1$ 且 $b < 1$
C. $|a| < 1$ 且 $|b| < 1$ D. $|a| > 1$ 且 $|b| > 1$

10. [2025·湛江模拟] 已知锐角三角形 ABC 的内角分别为 A, B, C , 则 ()

- A. $\sin[\cos(A-B)] > \sin(\cos C)$
B. $\tan(\sin A) < \tan(\cos B)$
C. $\sin(\sin A) > \sin(\tan A)$
D. $\cos(\cos A) > \cos(\sin B)$

11. 已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 6, 点 M, N 分别是 BC, AD 的中点, 则下列几何体能够整体放入正四面体 $ABCD$ 的有 ()

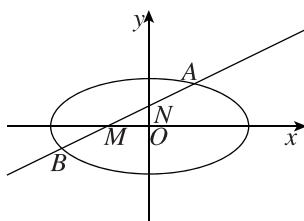
- A. 底面在平面 BCD 上, 且底面半径为 $\sqrt{2}$, 高为 $2\sqrt{6}$ 的圆锥
B. 底面在平面 BCD 上, 且底面半径为 $\sqrt{2}$, 高为 1 的圆柱
C. 轴为直线 MN , 且底面半径为 $\sqrt{2}$, 高为 2 的圆锥
D. 轴为直线 MN , 且底面半径为 $\sqrt{2}$, 高为 0.2 的圆柱

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. [2025·潍坊模拟] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 2, a_3 + a_9 = 24$, 则 $S_6 =$ _____.

13. [2025·苏北七市调研] 已知点 A 在直线 $x - y + 1 = 0$ 上, $\overrightarrow{AB} = (2, 0)$, 则原点 O 与 B 的最短距离为 _____.

14. 如图, 斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线与椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 2)$ 交于 A, B 两点, 与 x 轴、 y 轴分别交于点 M, N , 若 $|AN| = |NM| = |MB|$, 则椭圆 C 的焦距为 _____.



小题4 “8+3+3” 73 分练

(时间:40 分钟 分值:73 分)

订正反思

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. [2025·郑州二检] 已知集合 $M=\{x|\ln x<0\}$, $N=\{x||x|\leqslant 1\}$, 则 $M\cap N=$ ()
 A. $(-1,1)$ B. $(0,1)$
 C. $(0,1]$ D. $(-\infty,1)$

2. 在复平面内,复数 z_1 对应的点与复数 $z_2=\frac{3+i}{2-i}$ (i 为虚数单位)对应的点关于实轴对称,则 $z_1=$ ()
 A. $1+i$ B. $-1-i$
 C. $-1+i$ D. $1-i$

3. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.若 $a_4-a_2=6$, $a_5-a_3=12$, 则 $\frac{S_n}{a_n}=$ ()
 A. 2^n-1 B. $2-2^{1-n}$
 C. $2-2^{n-1}$ D. $2^{1-n}-1$

4. [2025·开封二模] 已知正方体的内切球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$, 则该正方体的外接球的表面积为 ()
 A. 12π B. 36π
 C. $9\sqrt{3}\pi$ D. $12\sqrt{3}\pi$

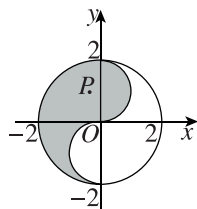
5. [2025·太原一模] 将函数 $f(x)=\sin(2x+\theta)$ ($-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$) 的图象先向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度,再向上平移 1 个单位长度,所得的图象经过点 $(\frac{\pi}{4}, 2)$, 则 $\theta=$ ()
 A. $-\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{6}$
 C. $-\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{3}$

6. “太极图”因其形状如对称的阴阳两鱼互抱在一起,故也被称为“阴阳鱼太极图”.如图是放在平面直角坐标系中的“太极图”,图中曲线为圆或半圆,已知点

$P(x, y)$ 是阴影部分(包括边界)内的动点,则 $\frac{y}{x-2}$ 的最小值为

()

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. -1



7. [2025·潍坊模拟] 某学校组织中国象棋比赛,甲、乙两名同学进入决赛.决赛采取 3 局 2 胜制,假设每局比赛中甲获胜的概率均为 $\frac{2}{3}$,且各局比赛的结果相互独立,则在甲获胜的条件下,甲第一局获胜的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

8. [2025·济宁一模] 曲线 $y=\frac{a}{x}$ ($a>0$) 与曲线 $y=\ln x$ 和曲线 $y=e^x$ 分别交于 A, B 两点,设曲线 $y=\ln x$ 在 A 处的切线斜率为 k_1 ,曲线 $y=e^x$ 在 B 处的切线斜率为 k_2 ,若 $k_1+k_2=\frac{5}{2}$, 则 $a=$ ()

- A. $2\ln 2$ B. $2\ln 3$ C. $3\ln 2$ D. $3\ln 3$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全

部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

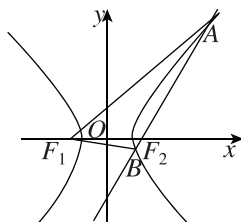
9. 若小明坐公交上班的用时 X (单位: min) 和骑自行车上班的用时 Y (单位: min) 分别满足 $X \sim N(30, 6^2)$, $Y \sim N(34, 2^2)$, 且在同一坐标系中 X 的密度曲线与 Y 的密度曲线的一个交点的横坐标约为 38, 则下列说法正确的是 ()

- A. $P(X > 38) < P(Y > 38)$
 B. $P(24 \leq X \leq 36) = P(32 \leq Y \leq 36)$
 C. 若 X 的密度曲线与 Y 的密度曲线的另一个交点的横坐标为 t , 则 $t < 30$
 D. 若某天有 34 分钟可用, 为使上班不迟到, 则小明最好选择坐公交

10. [2025 · 菏泽一模] 若从正方体的 8 个顶点中任选 4 个顶点, 则下列说法正确的有 ()

- A. 若这 4 个点不共面, 则这 4 个点构成的几何体的体积都相等
 B. 这 4 个点能构成三棱锥的选法种数为 58
 C. 若正方体的棱长为 a , 则这 4 个点能构成的所有三棱锥中表面积的最大值为 $2\sqrt{3}a^2$
 D. 若这 4 个点中的 2 个点确定一条直线, 另外 2 个点确定另一条直线, 则这两条直线所成的角不可能为 30°

11. [2025 · 长沙模拟] 如图, 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过右焦点 F_2 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线 l 交双曲线 C 的右支于 A, B 两点, 且 $\overrightarrow{AF_2} = 7\overrightarrow{F_2B}$, 则 ()



- A. 双曲线 C 的离心率为 $\frac{7}{3}$
 B. $\triangle AF_1F_2$ 与 $\triangle BF_1F_2$ 的面积之比为 7 : 1
 C. $\triangle AF_1F_2$ 与 $\triangle BF_1F_2$ 的周长之比为 7 : 2
 D. $\triangle AF_1F_2$ 与 $\triangle BF_1F_2$ 内切圆的半径之比为 3 : 1

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. [2025 · 苏州调研] 数据 1, 3, 2, 2, 9, 3, 3, 10 的第 75 百分位数为 _____.
13. [2025 · 茂名模拟] 已知函数 $f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $f(2) = 0$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) + f'(x) > 0$, 则不等式 $(x-1)f(x) < 0$ 的解集为 _____.
14. [2025 · 重庆一中三模] 已知矩形 $ABCD$ 的边 $AB = 3, AD = 2$, 点 P, Q 分别在边 BC, CD 上, 若 $\angle PAQ = \frac{\pi}{3}$, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 的最小值为 _____.

小题5 “8+3+3” 73 分练

(时间:40 分钟 分值:73 分)

订正反思

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- [2025·齐齐哈尔二模] 已知集合 $A=\{0,a\}$, $B=\{1,a-1,2a\}$,若 $A\subseteq B$,则 $a=$ ()
 A. 0 B. $\frac{1}{2}$
 C. 1 D. 0 或 1
- [2025·泰安模拟] 已知 a,b 为空间中两条不同的直线, α 为平面, $a\not\subset\alpha$, $b\subset\alpha$,则“ $a\perp b$ ”是“ $a\perp\alpha$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- [2025·南通模拟] 在复平面内,复数 $z=(\sin\alpha-2\sin\beta)+(\cos\alpha-2\cos\beta)i$ (i 为虚数单位, $\alpha,\beta\in\mathbf{R}$)与点 $Z(\sqrt{3},1)$ 对应,则 $\cos(\alpha-\beta)=$ ()
 A. $-\frac{1}{8}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{4}$
 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{7}{8}$
- 已知 $f(x)=\frac{xe^x}{e^{ax}-1}$ 是偶函数,则 $a=$ ()
 A. -2 B. -1
 C. 1 D. 2
- [2025·重庆南开中学质检] 已知向量 a 满足 $|a|=2$,若 $\langle a, a+b \rangle = \frac{\pi}{6}$,则 $|b|$ 的最小值为 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. 1
 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$
- 一组数据中,2,3,4,5 出现的频率分别为 p_1, p_2, p_3, p_4 ,且 $p_1+p_2+p_3+p_4=1$,设这组数据的平均数为 $\bar{x}$,中位数为 n ,下列条件一定能使得 $\bar{x}>n$ 的是 ()
 A. $p_1:p_2:p_3:p_4=2:3:4:1$
 B. $p_1:p_2:p_3:p_4=1:4:4:1$
 C. $p_1:p_2:p_3:p_4=1:4:3:2$
 D. $p_1:p_2:p_3:p_4=1:1:1:1$
- [2025·福州三中质检] 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 为 C 在第一象限内的点,且 $PF_1\perp PF_2$,点 P 关于 x 轴的对称点为 Q ,若 $\triangle F_1PQ$ 为等边三角形,则 C 的离心率为 ()
 A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B. $\sqrt{3}+1$
 C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

8. [2025·邯郸一模] 已知函数 $f(x)=(x-3)e^x+ax$ 恰有一个极值点,则 a 的取值范围是

()

A. $(-\infty,0]\cup\{e\}$

B. $[0,+\infty)\cup\{-e\}$

C. $(-\infty,0]$

D. $[0,+\infty)$

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. [2025·九江模拟] 若函数 $f(x)=\cos 2x+m\sin 2x$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$,都有 $f(x)\geq f\left(\frac{\pi}{3}\right)$,则

()

A. $m=-\sqrt{3}$

B. $f(x)$ 在 $\left[\frac{4\pi}{3},\frac{11\pi}{6}\right]$ 上单调递减

C. $y=f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 为奇函数

D. $y=[f(x)]^2$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$

10. [2025·聊城一模] 将四个不同的小球放入四个编号为1,2,3,4的盒子中,每个小球放入各个盒子的可能性都相等,设 X 表示空盒的个数, Y 表示1号盒子中小球的个数,则

()

A. 每个盒子中恰有1个球的概率为 $\frac{1}{4}$

B. 事件“1号是空盒”与事件“2号是空盒”不独立

C. 随机变量 Y 的方差为 $\frac{3}{4}$

D. 随机变量 X 的均值为 $\frac{81}{64}$

11. 已知抛物线 $E:x=\frac{1}{4}y^2$ 的焦点为 F ,准线为 l , l 与 x 轴的交点为 M ,过 F 的直线与 E 分别交于 A,B 两点,则下列选项正确的是

()

A. F 的坐标为 $(1,0)$

B. 当 $MA\perp MB$ 时, $|AB|=4$

C. 若 $|AF|\cdot|BF|=16$,则 $S_{\triangle MAB}=8\sqrt{2}$

D. 过点 F 作与 AB 垂直的直线与 E 交于 C,D 两点,则四边形 $ACBD$ 面积的最小值为 32

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. $(2-x^3)(x+a)^5$ 的展开式中的各项系数和为 243,则该展开式中 x^3 的系数为_____.

13. [2025·重庆八中模拟] 若直线 $y=kx+b$ 是函数 $f(x)=e^{x-1}$ 的图象的切线,也是函数 $g(x)=e^x-2$ 的图象的切线,则 $k=_____$.

14. [2025·湛江模拟] 将数列 $\{3n+2\}$ 与 $\{4n\}$ 中所有的项去掉它们的公共项后,剩余的项从小到大排列得到数列 $\{a_n\}$,则 $\{a_n\}$ 的前 202 项和为_____.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11



解答 1 “15~17 题” 43 分练

(时间:45 分钟 分值:43 分)

解答题: 本题共 3 小题, 共 43 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. [2025 · 深圳一模] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $c^2 = a^2 + b^2 - ab$, $\cos 2B = \sin C$.

(1) 求 B ;

(2) 若 $b=1$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(本小题满分 13 分)

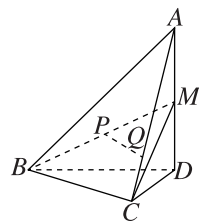
答 题 区 域

16. [2025 · 长沙雅礼中学二模] 如图所示, 在四面体 $ABCD$ 中, $AD \perp$ 平面 BCD , M 是 AD 的中点, P 是 BM 的中点, 点 Q 在棱 AC 上, 且 $AQ=3QC$.

(1) 求证: $PQ \parallel$ 平面 BCD ;

(2) 若 $\triangle BCD$ 为正三角形, 且 $AD=CD$, 求平面 BMC 与平面 ABD 夹角的正弦值.

(本小题满分 15 分)



答 题 区 域

17. [2025·学军中学模拟] 已知实数 $a > 0$, 设 $f(x) = -\frac{2}{3}ax^3 + x^2$.

(1) 若 $a = 3$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若对于任意的 $x_1 \in (2, +\infty)$, 总存在 $x_2 \in (1, +\infty)$, 使得 $f(x_1) \cdot f(x_2) = 1$, 求 a 的取值范围.

(本小题满分 15 分)



答 题 区 域

解答2 “15~17题” 43分练

(时间:45分钟 分值:43分)

解答题: 本题共3小题,共43分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. [2025·湖北部分高中协作体一模] 设函数 $f(x) = \sin x + \cos x (x \in \mathbf{R})$.

(1) 求函数 $y = \left[f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \right]^2$ 的最小正周期;

(2) 求函数 $y = f(x)f\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值.

(本小题满分13分)

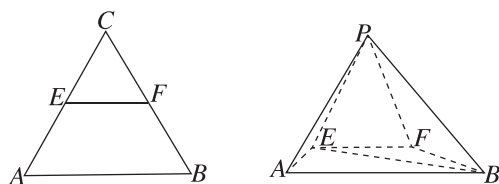
答 题 区 域

16. [2025·嘉兴二模] 如图,在边长为2的正三角形 ABC 中, E, F 分别为 AC, BC 的中点,将 $\triangle CEF$ 沿 EF 翻折至 $\triangle PEF$,使得 $PE \perp AE$.

(1) 证明:平面 $PBE \perp$ 平面 $ABFE$;

(2) 求直线 PB 与平面 PEF 所成角的正弦值.

(本小题满分15分)



答 题 区 域

17. [2025·广东茂名模拟] 某运动员了解自己的运动技能水平,记录了自己 1000 次训练的情况并将成绩(满分 100 分)统计如下表所示.

成绩区间	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100]$
频数	100	200	300	240	160

- (1)求上表中成绩的平均值(同一区间中的数据用该区间的中点值为代表)及上四分位数.
- (2)该运动员用比例分配的分层随机抽样的方式从落在区间 $[50,80)$ 内的训练成绩中随机抽取了 6 次成绩,再从这 6 次成绩中随机选 2 次,设成绩落在区间 $[60,70)$ 内的次数为 X ,求 X 的分布列及数学期望.
- (3)对这 1000 次训练记录分析后,发现某项动作可以优化.优化成功后,原低于 80 分的成绩可以提高 10 分,原不低于 80 分的无影响,优化失败则成绩会降低 10 分,已知该运动员优化动作成功的概率为 $p(0 < p < 1)$.在一次资格赛中,入围的成绩标准是 80 分.用样本估计总体的方法,求动作优化后使得入围的可能性变大时 p 的取值范围.

(本小题满分 15 分)

答 题 区 域

解答3 “15~17题” 43分练

(时间:45分钟 分值:43分)

解答题: 本题共3小题,共43分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为2的等差数列,满足 $a_{2n}=2a_n+1(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $S_n<3a_n$,求 n 的最大值.

(本小题满分13分)

答 题 区 域

16. [2025·烟台一模] 已知函数 $f(x)=x(x+c)^2$ 在 $x=1$ 处取得极大值.

(1)求实数 c 的值;

(2)若函数 $g(x)=f(x)+a$ 有三个不同的零点,求实数 a 的取值范围.

(本小题满分15分)

答 题 区 域

17. [2025·绍兴二模] 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦距为 2, 且过点 $(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

(1) 求 Γ 的方程;

(2) 设 A, B 分别为 Γ 的左、右顶点, 在过点 A 且垂直于 x 轴的直线上任取一点 P , 过 P 作 Γ 的切线, 切点为 C (异于 A), 作 $CD \perp AB$, 垂足为 D , 记 $\triangle PBC$ 和 $\triangle PBD$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值.

(本小题满分 15 分)

答 题 区 域